

8204 - 1384 Temas de Análisis I

Descripción del Curso. Este es un curso teórico-práctico, en el que se abordan los contenidos relacionados con ciertos espacios de funciones medibles que generalizan los espacios clásicos de L_p . Este es un curso optativo dentro de las Asignaturas Cuasi Obligatorias que se ofrecen en el Programa Doctoral, su importancia se debe a que las nociones básicas dadas en el curso son clave para emprender investigaciones dentro del área del análisis real.

Objetivos Generales:

Introducir los espacios de Orlicz, los espacios de Lorentz, estudiar las propiedades de la Transformada de Fourier, introducir el espacio de las distribuciones y los espacios de Sobolev.

Contenido Programático

Capítulo 1 Espacios de Orlicz

Funciones de Young y su complementario, N -funciones y condiciones de crecimiento. Clase de Orlicz, propiedades topológicas de los espacios de Orlicz. Dualidad.

Capítulo 2 Espacios de Lorentz

Función distribución y sus propiedades. Reordenamiento decreciente. La clase de Lorentz, norma para el espacio de Lorentz. Propiedades topológicas de los espacios de Lorentz. Dualidad.

Capítulo 3 La Transformada de Fourier

Definición de la Transformada de Fourier en L_1 . La transformada de Fourier de una Gaussiana. Teorema de Plancherel. La Transformada de Fourier en L_2 . Fórmula de inversión. La Transformada de Fourier en L_p . Desigualdad de Hausdorff-Young. Convoluciones. Transformada de Fourier de $|x|^{\alpha-n}$

Capítulo 4 Distribuciones

Funciones "test" y el espacio de las distribuciones. Convergencia de distribuciones. Funciones localmente integrable L^p_{loc} . Derivadas de distribuciones. Definiciones de los espacios $W^{1,p}_{loc}$ y $W^{1,p}$. Distribución del Laplaciano de funciones de Green. Distribuciones positivas y medidas. El dual de $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$.

Capítulo 5. Los espacios de Sobolev.

Definición del espacio H^1 . Completitud de H^1 . Densidad de C^∞ en H^1 . Desigualdades convexas para gradientes. Caracterización de Fourier de $H^1(\mathbb{R}^n)$ y el núcleo del calor. Definición de $H^{1/2}(\mathbb{R}^n)$. Densidad de $C_c^\infty(\mathbb{R}^n)$ en $H^{1/2}(\mathbb{R}^n)$. Definición de $H^1_A(\mathbb{R}^n)$. $C_c^\infty(\mathbb{R}^n)$ es denso en $H^1_A(\mathbb{R}^n)$.

Bibliografía

1. R. A. Hunt. On $L_{(p,q)}$ spaces. *L' Enseignement Mathématique*, vol. 12 (1992), pp. 248 – 276.
2. E. H. Lieb and M. Loss. *Analysis* (second edition). Graduate Studies in Mathematics, vol. 14, AMS, Providence (2001).
3. M. M. Rao and Z. D. Ren. *Theory of Orlicz spaces*. Pure and Applied Mathematics, Marcel Dekker, INC, New York (1991).
4. V. Kokilashvili and M. Krbeć. *Weighted Inequalities in Lorentz and Orlicz spaces*. World Scientific, Singapore, (1991).