

## 8204 - 1244 Temas de Probabilidad

### Descripción del Curso

Este es un curso teórico-práctico, en el que se abordan los contenidos relacionados con las nociones de Espacios probabilísticos, Variables aleatorias, Esperanza matemática, Probabilidad condicional. Este es un curso optativo dentro de las Asignaturas del módulo de Investigación que se ofrecen en el Programa doctoral, y se tomará bajo el consentimiento del profesor asesor, su importancia estriba en que las nociones básicas del curso le permitirá emprender las investigaciones planteadas

### Objetivo General

Conocer y aprender a utilizar, a un nivel moderadamente avanzado, algunos de los métodos y técnicas de la teoría de probabilidad moderna en el marco de la teoría de la medida

### Contenido

#### I. Conjuntos y Eventos.

Álgebra de conjuntos y álgebra de funciones indicadoras. Límites de sucesiones de conjuntos. Sucesiones monótonas. Clases de Conjuntos: semiálgebras, álgebras,  $\sigma$ -álgebras, clases monótonas.  $\sigma$ -álgebras generadas por una familia de conjuntos. Conjuntos Borelianos en la recta real.

#### II. Espacios de Probabilidad y Variables Aleatorias.

Propiedades y definiciones básicas. Construcción de espacios de probabilidad. Teorema de Extensión. Variables aleatorias, vectores aleatorios y procesos estocásticos. Medidas de probabilidad, variables aleatorias y funciones de distribución.

#### III. Independencia.

Independencia de eventos, de variables aleatorias, de familias de eventos y de familias de variables aleatorias: definiciones y resultados básicos. Eventos Cola y Ley 0-1 de Kolmogorov. Lema de Borel-Cantelli.

#### IV. Integración y Esperanza Matemática.

Espacios y funciones medibles. Espacios de medida. Integral con respecto a una medida: Definición, propiedades básicas, teoremas de convergencia. Espacios producto y el Teorema de Fubini. Espacios de funciones integrables: Espacios  $p L$ .

#### V. Convergencia de Sucesiones de variables aleatorias.

Convergencia casi segura y convergencia en probabilidad. Convergencia en  $p L$ . Relaciones básicas entre los diferentes tipos de convergencia.

#### VI. Leyes de los Grandes Números.

Ley débil de los grandes números. Convergencia de Series. Ley fuerte de los grandes números. Aplicaciones.

#### VII. Convergencia en Distribución y el Teorema Central del Límite.

Funciones Características: Definición y propiedades básicas. Convergencia débil de distribuciones. El Teorema de Representación de Skorokhod. Compacidad Secuencial y Cohesión de familias de distribuciones. Teorema de convergencia de Levy. Teorema central del límite.

#### VIII. Martingala en tiempos discretos

Descomposición, desigualdades y convergencias.

### Bibliografía

1. Ash. R. B. (2.000). Probability and Measure Theory, 2nd Edition, Academic Press, San Diego. Or Ash. R. B. (1.972). Real Analysis and Probability.
2. Billingsley, P., *Probability and Measure*, John Wiley & Sons, 2002.
3. Chung. K. L., A Course in Probability Theory. Acad. Press 2001.
4. Resnick, Sidney I., *A Probability Path*, Birkhäuser, 2001.
5. Williams, D., *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991