8204 - 1654 Ecuaciones en Derivadas Parciales

Descripción del Curso. Se proporcionan las herramientas que permitirán determinar cuando la solución a un determinado problema para ecuaciones diferenciales parciales existe y, si existe, cuando es única. También, determinar cuando un problema no tiene solución o tiene muchas soluciones. Se estudian varios problemas sencillos de física-matemática con aplicaciones a conducción de calor, problemas de estado estacionario (involucra la ecuación de Laplace) y problemas de vibración y propagación de ondas. Se incursiona al estudiante en el mundo de los métodos numéricos para ecuaciones diferenciales parciales, haciendo énfasis en algunos métodos de diferencias finitas y finalmente una breve introducción a sistemas de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden. Este es un curso optativo dentro de las Asignaturas Cuasi obligatorias que se ofrecen en el Programa doctoral, su importancia estriba en que las nociones básicas del curso son clave para emprender investigaciones dentro del área

OBJETIVO GENERAL

Al finalizar este curso, el estudiante debe estar en capacidad de resolver problemas para ecuaciones diferenciales parciales, si es que una solución existe. Si una solución existe, determinar al menos una solución exacta y/o una aproximada, aplicando los diferentes métodos aprendidos durante el curso, reconociendo el método adecuado según sea la ecuación y las condiciones que acompañan a ésta.

Contenido Programático

Capítulo 1. **Introducción y Teoría de Ecuaciones Cuasi lineales y Lineales de Primer Orden.**

Introducción. Ecuación diferencial parcial de k-ésimo orden. Definición de ecuación diferencial parcial lineal, semilineal, cuasilineal y completamente no lineal. Curvas integrales y campos vectoriales. Métodos para encontrar curvas integrales. Solución general de una ecuación diferencial parcial de la forma $Pu_x+Qu_y+Ru_z=0$. Ecuaciones cuasi lineales. El problema de valores iniciales para ecuaciones cuasilineales de primer orden. Existencia y unicidad de la solución. No existencia y no unicidad. El problema de valores iniciales para leyes de conservación. El desarrollo de choques. Aplicaciones a problemas en movimiento de tráfico.

Capítulo 2. **Series de Taylor y el Teorema de Cauchy-Kovalevsky.**

Series de Taylor y funciones analíticas. El teorema de Cauchy-Kovalevsky. Método de solución de un problema de valores iniciales para una ecuación diferencial parcial usando series de Taylor.

Capítulo 3. **Ecuaciones Lineales de Segundo Orden. Clasificación y Formas Canónicas.**

Forma general de una ecuación diferencial parcial lineal de segundo orden en dos variables independientes y definición de su discriminante. Clasificación. Formas canónicas. Ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden en dos o más variables independientes. Autovalores. Clasificación y formas canónicas. Forma cuadrática. Operadores diferenciales parciales, sus curvas y superficies características. Métodos para encontrar curvas y superficies características. Ejemplos. El problema de valores iniciales para ecuaciones lineales de primer orden. El problema general de Cauchy. El teorema de Cauchy-Kovalevsky para el problema general de Cauchy. Teorema de unicidad de Holmgren. Formas canónicas de ecuaciones de primer orden. El principio de superposición.

Capítulo 4. **Ecuaciones de Física-Matemática. La Ecuación de Calor. La Ecuación de Laplace. La Ecuación de Onda. Problemas Bien Planteados.**

El teorema de divergencia. Identidades de Green. Deducción de la ecuación de calor. Condiciones iniciales y de frontera. La ecuación de Laplace. El problema de Dirichlet. El problema de Neumann. El Problema mixto. La ecuación de onda. La ecuación de la membrana. La ecuación de ondas acústicas. Problemas bien planteados. Ejemplos.

Capítulo 5. **Series de Fourier y Algunos Métodos Numéricos para las Ecuaciones Diferenciales Parciales.**

El método de separación de variables. Ecuación dependiente del tiempo y ecuación de autovalores. Introducción a series de Fourier. La ecuación de Laplace dentro de un rectángulo. Series de Fourier. Extensión periódica. Teorema de convergencia para series de Fourier. La serie seno de Fourier. Extensión impar de una función. El fenómeno de Gibbs. Serie coseno de Fourier. Extensión par de una función. Representando a una función por una serie de senos y cosenos. Parte pares e impares de una función. Algunos métodos numéricos para ecuaciones diferenciales parciales. Aproximaciones por diferencias. Método de Euler progresivo (método explícito). Método de Euler regresivo (método implícito). Método de Crank-Nicolson.

Capítulo 6. **Sistemas de Ecuaciones Cuasilineales y Lineales de Primer Orden.**

Ejemplos de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales. Notación matricial. Sistemas hiperbólicos lineales y forma canónica. El método de las características para sistemas hiperbólicos lineales. Aplicación a líneas de transmisión eléctrica. Sistemas hiperbólicos cuasilineales.

BIBLIOGRAFÍA

1. Zachmanoglou, E.C. y Thoe, Dale W. Introduction to Partial Differential Equations with Applications. Dover Publications.
2. Evans, Lawrence C. Partial Differential Equations. American Mathematical Society.
3. Haberman, Richard. Elementary Applied Partial Differential Equations. Second Edition. Prentice Hall.
4. John, Fritz. Partial Differential Equations. Applied Mathematical Sciences No.1. Third Edition. Springer-Verlag.
5. Kevorkian, J. Partial Differential Equations. Analytical Solutions Techniques. Wadsworth & Brooks/Cole.
6. Smith, G.D. Numerical Solutions of Partial Differential Equations. Finite Difference
7. Methods. Oxford Applied Mathematics and Computing Science Series. Third Edition. Oxford Press.